

暴風に対する浅水域流速の応答*

中村重久**・芹沢重厚**

Response of shallow water current to a storm

Shigehisa NAKAMURA and Shigeatsu SERIZAWA

Abstract: A current response to a local storm is studied by using a simple shallow water model. A linear differential equation is derived to describe the relation between a given unidirectional surface wind stress and the resulting current velocity. The current response to the wind is governed by both the surface wind stress and the initial condition for the current. The model accounts, to some extent, for an observed response of the current and the sea level in Tanabe Bay.

1. 緒 言

沖合での擾乱によって誘起される沿岸水位の変動と関連した問題は、たとえば中村(1985)が数値モデルによって検討している。ここでは、暴風に対する浅水域の水の線型的応答について理論的モデルの展開を試みる。

一様で均質な海に対する気象擾乱の作用についての理論的研究はすでに1920年代にみられる(PROUTMAN and DOODSON, 1924; PROUTMAN, 1929; NOMITSU, 1935など)。とくに、台風と関連した問題については和達(1938)の例をあげることができる。HANSEN(1956)の数値モデルによる北海の高潮の研究を契機に、台風による高潮の数値シミュレーションが行なわれるようになった(CHARNOCK and CREASE, 1957; MIYAZAKI *et al.*, 1961; MIYAZAKI, 1963; JELESNIANSKI, 1965, 1970; REID and BODIN, 1968; SOBEY *et al.*, 1977; TANAKA and ONO, 1978)。この総括は NAKAMURA(1981)や DEACON and DEACON(1982)にもみられる。この高潮への数値シミュレーションの応用は、複雑な条件下での現象の対応などにおいて実用上便利である。一方、現象の力学的機構を検討するためには単純化した解析的モデルを考えるのが好都合なことが多い。

* Received April 3, 1985, revised Aug. 10, 1985

** 京都大学防災研究所附属白浜海象観測所,

和歌山県西牟婁郡白浜町堅田畠崎

Shirahama Oceanographic Observatory, Disaster Prevention Research Institute, Kyoto University, Katada-Hatasaki, Shirahama, Wakayama 649-22 Japan.

たしかに、風と水位変動に関する問題でも、Erie湖のように数百キロメートルのスケールの現象(SCHWAB, 1982)ではコリオリ力を考える必要があるが、現象のスケールが数十キロメートル程度の場合(HEATHERSHAW, 1982; THOMPSON, 1982)にはコリオリの効果は無視できるものと考えられ、それよりも海面と海底のまざつの応力が重要になる。ただ、これらの研究では、流速の直接観測の結果を用いているわけではない。また、たとえ、陸棚上での流速観測結果が海と風の変動と現象論的に対応していても、その力学的解釈はそれほど簡単なものではなさそうにみえる(BUCHWALD and SZOEKE, 1973; LAVELLE *et al.*, 1975)。

これまでに、中村ら(1982)は、田辺湾で観測される42分周期の水位変動の特性を調べ、超音波式流速計によって田辺湾内の台風時の流速の観測記録を得た(海象(流れ)観測グループ, 1983; 中村・芹沢, 1984)。その結果を検討してみると、この42分周期の現象のすべてが沖合を東進する低気圧や黒潮の変動にするもの(中村, 1985)とは考え難い。田辺湾のごく近くの約10キロメートル半径程度の海域の気象擾乱によるものも考えられる。中村・芹沢(1984)は、田辺湾の約30km南東方にいる周参見で年間を通じてみられる約12分周期の水位変動の特性を調べ、中村(1983, 1984)は、これを放物線状海底地形の陸棚の静振と考えた。このような静振として田辺湾の42分周期の現象を力学的にとらえることも可能なようである。

ところで、TOMINAGA(1982)は、枕崎港の水位変動

を低気圧に伴って移動する微気圧振動に対する共振として説明した。この理論を紀伊半島南西海岸の水位変動にも適用することを考えた（個人的情報）が、このような岸沿いに伝わる現象については、ここでは、とくに考えない。スケールの大きいところでは、サイクロンによるケルビン型高潮（FANDRY *et al.*, 1984）なども研究されているが、本文では、スケールとして10kmのオーダーの局所的水域の問題として、風の変化にともなう浅水域の水の運動の特性を簡単なモデルによって検討する。

2. 基礎方程式

いま、座標系として直交座標系を考え、東向きに x 軸、鉛直上方に z 軸をとる。着目する水域は座標原点付近に限るものとし、海岸線は原点から十分離れ（たとえば東方に）ていて x 軸と直交している場合を考える。ここで問題の出発点として、線型化した運動方程式と連続の方程式とを考える。すなわち、

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -g \frac{\partial \zeta}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau}{\partial z}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = -(\zeta + h) \frac{\partial u}{\partial x}. \quad (2)$$

ここに、水深を h （一定）とし、 u は x 軸方向の流速、 ζ は静水面を基準にとった水面の変位、 ρ は海水の密度、そして t は時間、 g は重力加速度である。また、 τ は内部剪断応力である。ここで、流速のかわりに流量

$$U \equiv \int_{-h}^{\zeta} u dz \quad (3)$$

を用いると、上の(1)および(2)より、

$$\frac{\partial U}{\partial t} = -g (\zeta + h) \frac{\partial \zeta}{\partial x} + (\tau_s - \tau_b), \quad (4)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = -\frac{\partial U}{\partial x}. \quad (5)$$

ここで、海面での風による応力を τ_s 、流れの海底に及ぼすまさつ力を τ_b とする。

荒川（1932a, b, c）によれば、湖海の静振では、振幅の減衰に対する分子粘性の効果は微小である。ただ、外海に面している湾の副振動には現実に減衰が認められる。これは乱流粘性によるものと考えるべきである（中村、1980）。ここでは、以下の解析を簡単とするため、便宜的に

$$\tau_b = \kappa U \quad (\kappa: 正の実数) \quad (6)$$

と書ける場合について考える。とくに、

$$\zeta \leq h \quad (7)$$

なる条件のもとでは、(4) より

$$\frac{\partial U}{\partial t} = -gh \frac{\partial \zeta}{\partial x} + \tau_s - \kappa U. \quad (8)$$

また、(8) と (5) とから ζ を消去すると、

$$\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} + \kappa \frac{\partial U}{\partial t} - gh \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = \frac{\partial \tau_s}{\partial t}. \quad (9)$$

これは、海面の風の作用が τ_s である場合の流量 U を与える式である。

3. 風に対する流れの応答

海面上の風速は一般に時間の関数であり、したがって、 τ_s についても

$$\tau_s = \tau_s(t)$$

ということになる。しかし、その関数形は必ずしも簡単ではない。ここでは、まず、解析の便宜上

$$\begin{aligned} \tau_s &= 0 & t < 0, \\ &= \tau_0 (= \text{const.}) & t \geq 0, \end{aligned} \quad (10)$$

と書ける場合を考える。

ここで、 x の関数 $f(x)$ が $x > 0$ に対して与えられているとき、 $f(x)$ のラプラス変換は

$$f(s) = \int_0^\infty e^{-sx} f(x) dx$$

である。これを簡単に

$$f(s) = L f(x)$$

と書く。ここに、(10) より

$$L\left(\frac{\partial \tau_s}{\partial t}\right) = \tau_0 \cdot \delta(t).$$

ただし、 $\delta(t)$ はディラックのデルタ関数である。

とくに、海上の風が時間とともに強くなり、

$$\begin{aligned} \tau_s &= 0 & t < 0, \\ &= \alpha t + \tau_0 & t \geq 0, \end{aligned} \quad (10')$$

で与えられる場合には

$$L\left(\frac{\partial \tau_s}{\partial t}\right) = \alpha$$

ということになる。

ここで、対象水域での流量分布が

$$U = U_0 \exp(px) \quad p: \text{複素数}$$

とする。このとき、

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = p^2 U. \quad (11)$$

ここで、(9) のラプラス変換をもとめると、(10) あるいは (10') と (11) あるいは (11') とから、

$$f(\tilde{s}) = \frac{L\left(\frac{\partial \tau_s}{\partial t}\right) + \kappa f(0) + f'(0) + sf(0)}{s^2 + \kappa s + p^2 gh} \quad (12)$$

したがって、(12) のラプラス変換により、

$$U = \frac{\left(\frac{\partial \tau_s}{\partial t}\right) + f(0) + f'(0)}{a - b} [\exp(-at) - \exp(-bt)] + \frac{f(0)}{b - a} [a \exp(-at) - b \exp(-bt)]. \quad (13)$$

ただし、 a および b は次式の根である。

$$s^2 + \kappa s + p^2 gh = (s + a)(s + b) = 0. \quad (14)$$

したがって、

$$b - a = -2i\sqrt{4p^2 gh - \kappa^2}. \quad (15)$$

とくに、 $f(0) = 0$, $f'(0) = 0$ の場合には、

$$U = \frac{\left(\frac{\partial \tau_s}{\partial t}\right)}{b - a} [\exp(-at) - \exp(-bt)]. \quad (16)$$

あるいは、(11) と (15) を用いて、(16) から (9) の解はつぎのように導びかれる。

$$U = \frac{\left(\frac{\partial \tau_s}{\partial t}\right) \exp\left(\kappa t + px + \frac{\pi}{2}i\right)}{\sqrt{4p^2 gh - \kappa^2}} \times \sin(\sqrt{4p^2 gh - \kappa^2} \cdot t) \quad (17)$$

このとき、(17) の解における U の変動の周期 T は、 p が実数の場合には、

$$\frac{2\pi}{T} = \sqrt{4p^2 gh - \kappa^2}. \quad (18)$$

すなわち、 T は h のほか p および κ によって定まることがある。ここで、 U の変動が周期性をもつためには実数 p に対して

$$4p^2 gh - \kappa^2 > 0 \quad (19)$$

でなくてはならない。この場合、実数の τ_s に対して

虚数の U が与えられることになる。実際の現象では、風の作用に対応した流れや水位の変動があらわれるわけであるから、 p を単なる実数として考えるのは妥当ではないようである。

もし $4p^2 gh - \kappa^2 < 0$ なら (17) の $\sqrt{4p^2 gh - \kappa^2}$ は虚数となる。このとき、(17) のかわりに解は

$$U = \frac{\left(\frac{\partial \tau_s}{\partial t}\right) \exp(\kappa t + px)}{\sqrt{|4p^2 gh - \kappa^2|}} \times \sinh(\sqrt{4p^2 gh - \kappa^2} \cdot t) \quad (17')$$

と書ける。つまり、ここで考えた風の作用下での流速は、時間的にも空間的 (x 軸方向) にも単調増加の変化を示すことになり、振動的変化は現われない。しかし、 $(\partial \tau_s / \partial t)$ に周期的変動成分があれば、それに対して U も振動すると考えられるであろう。

ここで、(13) にたちもどってみると、 U の値を決定する因子として、風の作用のほかに、風の吹きはじめの流れの初期条件 $f(0)$ および $f'(0)$ が重要なことがわかる。この場合でも、 U の変動の周期に対しては(18)を考えればよい。

4. 流速と水位との関係

連続方程式 (5) に (17) を代入して、その結果を整理すると U に対応して ζ がもとまる。すなわち、

$$\zeta = \frac{-\left(\frac{\partial \tau_s}{\partial t}\right) p \exp(\kappa t + px + \frac{\pi}{2}i)}{\sqrt{4p^2 gh - \kappa^2}} \times \sin(\sqrt{4p^2 gh - \kappa^2} \cdot t - \varphi). \quad (20)$$

ただし、

$$\tan \varphi = \frac{\kappa}{\sqrt{4p^2 gh - \kappa^2}}$$

もし φ が実数でなければ、上の U および ζ が単純な周期的変動ではなくなるだけのことである。それでも、(17) と (20) とから、

$$\frac{U}{\zeta} = -\frac{\sin(\sqrt{4p^2 gh - \kappa^2} \cdot t)}{p \sin(\sqrt{4p^2 gh - \kappa^2} \cdot t - \varphi)} \quad (21)$$

という一定の関係がある。

ここで、 κ や p の値が T , h , φ とどのような関係にあるかについて、上に得られた結果にもとづいて考えてみる。まず、(18) と (21) とから

$$Tk = 2\pi \tan \varphi \quad (22)$$

という関係が導びかれる。したがって、 T と φ とがわ

かれば κ は(22)によって決定されることになる。また、別に、

$$\kappa^2 - 4p^2gh = -(2\pi/T)^2, \quad (23)$$

$$(1 - 1/\tan^2\varphi)\kappa^2 - 4p^2gh = 0, \quad (24)$$

であるから、この(23)と(24)とを、 κ^2 と p^2 についての連立方程式として解くと、

$$\kappa^2 = -\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \tan^2\varphi, \quad (25)$$

$$p^2 = (1 - \tan^2\varphi)\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 / 4gh, \quad (26)$$

ということになり、 κ^2 および p^2 は(25)および(26)によって、 h 、 T 、 φ の観測値が与えられれば決定できることになる。

また、(17)の U および(20)の U をみればわかるように $\sqrt{2p^2gh - \kappa^2}$ は変動の周期を特徴づけると同時に、振幅の増幅率の逆数にも関係している。 p が実数の場合は現実性がないが、 p が虚数の場合は単調な変化が考えられる。このことから考えて、 p が複素数の場合に現実に即した解を与えることになるとみるべきなのであろうか。以下において、実測からみて、ここで考えたモデルに対応するとみられる例についての検討をする。

5. 実測からみた流れの風に対する応答

海象（流れ）観測グループ（1983）は1981年7月から1983年7月までの2年間、京大白浜海洋観測塔の約500m沖合、水深約15mの固定した測点で、超音波式流速計を設置して、流速の連続観測を行った。測点の位置はFig. 1に示す。測点周辺の海岸線や海底地形はこの図からみてもわかるように複雑である。ただ、流速の記録をみると、東向き成分の変動は顕著であるが、北向き成分は微弱である。このような傾向から、記録された流速の東向き成分を、上に考えたモデルの流速の成分とみなすことにして、モデルによってどの程度記録の力学的解釈が可能か検討できるものと考えた。

たまたま、この測点では、1981年10月22日、台風8124号の影響をうけた流れの典型的な記録が得られた。当時の気象条件を、気象庁発行の極東天気図（地上）からみればFig. 2となる。すなわち、10月22日9時に四国南方約500kmにあった台風は、紀伊半島南方海上を北東進し、22日21時には伊豆諸島付近に位置している。1981年10月22日の流速の観測記録の一部（6-24時）を東向き成分 u_E と北向き成分 u_N についてFig. 3に示した。こ

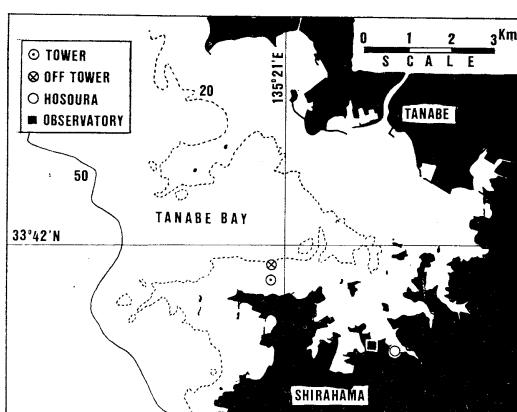


Fig. 1. Coastline and bottom topography of Tanabe Bay—Dotted lines for 20 m depth and a full line for 50 m depth.

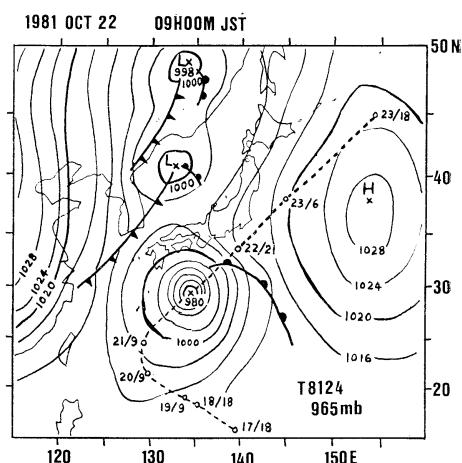


Fig. 2. Synoptic weather chart of surface at 09h 00m JST on October 22, 1981 (taken from the Far East Weather Chart published by Japan Meteorological Agency)—Typhoon 8124 track is shown by a dotted line from 18h 00m JST Oct. 17 to 18h 00m JST Oct 23, 1981.

れをみても東向き成分の変動は顕著であり、北向き成分の変動は小さいことがわかる。ここでは10 cm/s以下の小さい変動よりも約40 cm/s程度の変動に注目することにした。Fig. 3には観測塔で得られた風向と風速とをあわせて示し、また、測点および細浦の潮位も示した。

風の記録をみると、風向は15時から約30分間のうちにNEからNWに変わっている。この風向の階段関数的変化に対して、風速は時間経過とともに強くなる傾向を示している。実際の現象は3次元的なものであるが、便宜的に風の東向き成分の変動を考えると、風と流れとに関

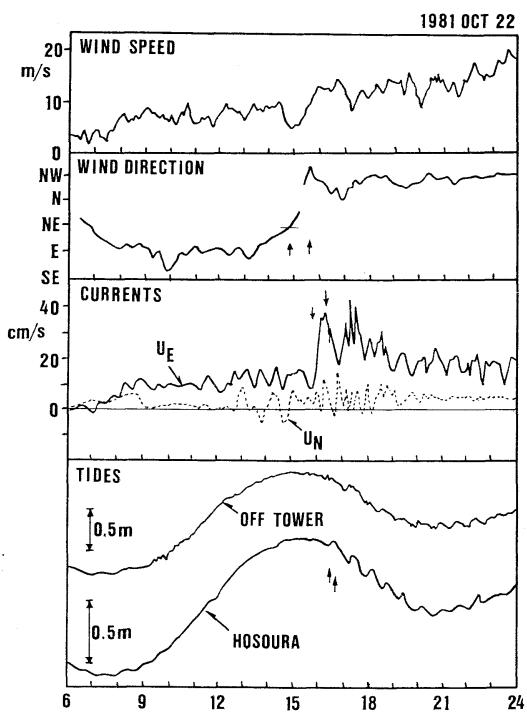


Fig. 3. Wind speed and direction recorded at the Shirahama Oceanographic Tower, eastward and northward currents observed at a station off Tower by an ultrasonic type current meter and tides observed at a station off Tower and at Hosoura.

するモデルを実測例と対比しやすい。風の東向き成分の変動を階段関数的ととらえれば、Fig. 3 の例は(10')に対応するとみなされる。もし、風の東向き成分は時間とともに単調に増加する傾向があるとみれば、それは(10')に対応させることも考えられる。流速の東向き成分と風の東向き成分との関係について、どの程度モデルと対応づけできるであろうか。流速 u_E の記録をみると、その時間的変化の特徴は(17')によって示されているように見える。ただし、周期性のある変動を説明するには ρ が実数であると考えるわけにはいかない。合理的な解は(17')と考えられるが、それでも、これによって観測された結果がすべて説明できているとは言えそうにない。もし、半経験式として、(17')に実パラメータ ε を導入して、を

$$U = \frac{\left(\frac{\partial \tau_s}{\partial t}\right) \exp\left(\kappa t + \rho x + \varepsilon + \frac{\pi}{2} i\right)}{\sqrt{4\rho^2 gh - \kappa^2}} \times \sin\left(\sqrt{4\rho^2 gh - \kappa^2} \cdot t\right) \quad (17'')$$

考えることができたとすれば、(17'')の実数部が U を特

性づけることになる。ただ、この場合、この(17'')は、本文で当初考えた基礎方程式や条件を満しているかどうかは保障のかぎりではない。ここでは、(17'')をあくまでも半経験式と考えておくべきであろう。以下は(17'')に対しても(23)のような関係があるものとしての検討である。

ここで、Fig. 3 に示された流速の東向き成分と潮位とを比較してみると、観測結果からみて(21)にみられる U/κ に対応した傾向があるようにも見える。 φ に対応すると考えられる位相差もみとめられる。ただ、定性的に対応するようではあるが、定量的には十分であるとは言えない。

いま、かなりあらっぽい仮定のもとで、ここで考えたようなごく単純化したモデルによって、田辺湾の流速変動の例 (Fig. 3) に対する ρ および κ の値が計算できるものと考える。田辺湾の湾口付近で平均水深を 20 m とし、重力加速度を 9.8 m/s^2 とする。Fig. 3 の u_E の記録を参考にして、流速が減衰して $1/e$ 倍になるまでに 3 時間かかったとすると、

$$|1/\kappa| = 10800, \text{あるいは}, |\kappa| = 0.0000925.$$

この値を(18)に代入して、田辺湾にみられる流速変動の周期42分の例に対する ρ を計算すると、

$$|\rho| = 0.00008906.$$

したがって、

$$|1/\rho| = 11.228 \text{ km}$$

ということになり、田辺湾の42分周期の変動現象のスケールは大体10キロメートルのオーダーであると言える。この数値的結果に力学的意味がどの程度あるか若干の問題も残ってはいるが、この数値が中村ら (1982) や中村 (1984) によって得られたスケールの大きさに大体一致していることは興味あることである。この詳細については、さらに別の面からの検討や、別に得られたデータの解析をまつ必要があるものと考えている。

謝 辞

本研究をまとめるにあたり、海象（流れ）観測グループの協同観測の成果の一部を利用した。また、検潮記録の利用には和歌山地方気象台の御好意を得た。

参 考 文 献

- 荒川秀俊 (1932a): セイショの老衰について. 海と空, 12(2), 35-40.
- 荒川秀俊 (1932b): 直方水槽内の水の自由振動. 海と空, 12(7), 147-152.

- ARAKAWA, H. (1932c): Seiches of various water, *Geophys. Mag.*, **5**, 37-48.
- BUCHWALD, V. T. and R. A. SZOEKE (1973): The response of a continental shelf to travelling pressure disturbances. *Australian Jour. marine and Freshwater Res.*, **24**, 143-158.
- CHARNOCK, H. and J. CREASE (1957): North Sea surges. *Sci. Progress*, **45**, 494-511.
- DEACON, G.E.R. and M.B. DEACON (eds) (1982): *Modern concepts of oceanography*. Hutchinson Ross Pub. Co., Stroudsburg, Penn., 119-136.
- FANDRY, C.B., L.M. LESLIE and R.K. STEEDMAN (1984): Kelvin type coastal surges generated by tropical cyclones. *Jour. Phys. Oceanogr.*, **14**, 582-593.
- HANSEN, W. (1956): Theorie zur Errechnung des wasserstandes und der Strömungen in Randmeeren nebst Anwendungen, *Tellus*, **8**, 287-300.
- HEATHERSHAW, A.D. (1982): Some observations of currents in shallow water during a storm surge. *Estuarine Coastal and Shelf Science*, **14**, 635-648.
- JELESNIANSKI, C.P. (1965): A numerical calculation of storm tides induced by a tropical storm impinging on a continental shelf. *Monthly Weather Review*, **93**, 343-358.
- JELESNIANSKI, C.P. (1970): Bottom stress time-history in linearized equations of motion for storm surges. *Monthly Weather Review*, **98**, 462-478.
- 海象(流れ)観測グループ (1983): 田辺湾における流れの長期連続観測. 京大防災研究所年報, No. 26B-2, 637-672.
- LABELLE, J. W., G. H. KELLER and T.L. CLARKE (1975): Possible bottom current response to surface winds in the Hudson shelf channel. *Jour. Geophys. Res.*, **80**, 1953-1956.
- MIYAZAKI, M. (1963): A numerical computation of the storm surge of Hurricane Carla 1961 in the Gulf of Mexico. *Tech. Rep. No. 10*, Dept. Geophys. Sci., Univ. Chicago, 52 pp+13 figs.
- MIYAZAKI, M., T. UYENO and S. UNOKI (1961): Theoretical investigation of typhoon surges along the Japan coast. *Oceanogr. Mag.*, **13**(1), 51-75.
- 中村重久 (1980): 大阪湾の固有振動と高潮津波との関係(3). *La mer*, **18**, 179-183.
- NAKAMURA, S. (1981): On factors magnifying a storm surge. *Proc. XIXth Congress IAHR New Delhi*, Subject B(a), paper No. 5, 47-54.
- NAKAMURA, S. (1983): Seiche on a parabolic sea shelf. *Proc. 1983 Tsunami Symposium Hamburg*, ed. E.N. BERNARD, PMEL NOAA, 251-263.
- 中村重久 (1984): 周参見の棚静振(2). *La mer*, **22**, 1-7.
- 中村重久 (1985): 沖合擾乱によって誘起される沿岸水位変動について. *La mer*, **23**, 111-117.
- 中村重久・芹沢重厚 (1983): 周参見の棚静振. *La mer*, **21**, 89-94.
- 中村重久・芹沢重厚 (1984): 田辺湾で観測された台風時の流れ. *La mer*, **22**, 124-130.
- 中村重久・吉岡洋・芹沢重厚 (1982): 白浜海洋観測塔周辺の水位変動. *La mer*, **20**, 233-230.
- NOMITSU, T. (1935): A theory of tsunamis and seiches produced by wind and barometric gradient, *Mem. Coll. Sci. Kyoto Imp. Univ.*, Ser. A, **18**, 201-214.
- PROUDMAN, J. (1929): The effects on the sea of changes in atmospheric pressure. *Proc. Roy. Soc.*, **2**, 197-209.
- PROUDMAN, J. and A.T. DOODSON (1924): Time relations in meteorological effects on the sea. *Proc. Lond. Math. Soc.*, Ser. 2, **24**, 140-149.
- REID, R.O. and B.R. BODIN (1968): Numerical model for storm surges in Galveston Bay. *Jour. Waterways and Harbor Div.*, ASCE, **94**, 33-57.
- SCHWAB, D.J. (1982): An inverse method for determining wind stress from water-level fluctuations. *Dynamics of Atmosphere and Oceans*, **6**, 251-278.
- SOBEY, R.J., B.A. HARPER and K.P. STARK (1977): Numerical simulation of tropical cyclone storm surge. *Research Bulletin No. CS14*, Dept. Civil and Systems Eng., James Cook Univ. of North Queensland, 140 pp+Appendices.
- TANAKA, T. and Y. ONO (1978): Finite element analysis of typhoon surge in Ise Bay. *US-Japan Seminar on Interdisciplinary Finite Element Analysis*, J-11, Aug. 7-11, 1978, Cornell Univ., Ithaka, N.Y., 1-21.
- THOMPSON, K.R. (1982): The influence of local winds and the southern North Sea on the level of the River Thames. *Estuarine Coastal and Shelf Science*, **15**, 605-610.
- TOMINAGA, M. (1982): Onset of edge waves by small scale atmospheric fluctuation, *La mer*, **20**, 237-251.
- 和達清夫 (1938): 颱風によって生ずる大阪湾の津波について. *海と空*, **18**, 421-438.