

補正上限周波数の深度依存特性にもとづいた 水圧式波高計データの表面波補正変換方法

金成 誠一*

Surface Wave Transformation of Pressure Gauge Wave Meter Data based on the Depth-Dependency of Break Frequency (Fb)

Sei-ichi. KANARI

Abstract : Owing to linear wave theory, amplitudes of pressure signal measured at depth $z=-H$, is reduced by $[\cosh(kH)]^{-1}$, where k is angular wave number. Therefore, in order to recover surface waves from the pressure signals, the measured pressure signal must be corrected using pressure transfer function given by $\cosh(kH)$. However, it is well known that the theoretical pressure transfer function leads an over correction in the region of higher frequency. Then, it is needed to use a suitably modified pressure transfer function for theoretical one. In this paper, a modification was adopted, in which transfer function is suppressed as a constant value in the frequency region higher than a boundary frequency, F_b . The break frequency, F_b is determined so as to minimize the error between the transformed surface wave and the waves measured with an acoustic wave meter. The above method was applied for wave data taken at various coastal regions with different depths. The determined F_b showed a clear depth dependency, and it is found that the depth dependency of F_b is due to the depth dependency of pressure transfer function itself. If formulation of F_b v.s. depth is once established, it enables us to derive surface wave time series only giving a settling depth of pressure gauges, without any acoustic wave meter data. It is shown that the new method gives an excellent agreement of the waveform with the surface waves measured with an acoustic wave meter.

Keywords : Surface wave transformation, Transfer function, Wave meter, Pressure waves

1. はじめに

水圧式波高計の圧力センサー出力信号を表面波に変換するには、圧力波の深度補正を必要とすることは良く知られていることである。しかし、深度補正関数が周波数(または波数)とともに関数値が増大するという性質のために、単純に補正を実行すると高周波側で過剰補正となり、変換された波は高周波雑音を多く含んだ波形となりやすい。こうした過剰補正を抑制するには、高周波域の適当な周波数以上で圧力応答関数による補正を抑制する必要がある。たまたま、波浪観測データの解析の機会に直面し、この解析に供する目的で、上記の抑制域境界の周波数(以下では上限周波数または F_b と呼ぶ)の最

適値を、表面波変換された時系列と超音波波高計時系列の差を最小にするように逐次法で決定するという変換手法を検討した。圧力応答関数を用いて補正を行う場合、応答関数は、水深と波数の関数であるから、波数を求めおかなければならない。周波数が与えられると、波の分散方程式の波数と周波数の関係から波数が求められる筈であるが、分散式から波数を計算することはそれほど簡単ではない。そこで、補正関数算出の際に必要な波数計算には、HUNT(1979)の計算アルゴリズムを採用した。以上に述べた手法を実際のデータに適用し、良好な結果を得ることができた。さらに、この方法を、いろいろな場所、深度で計測された波高データに適用して上限周波数を求めた結果、上限周波数が深度に密接に関係していることが明らかになった。その理由についても検討し、その結果を元に、上限周波数の深度依存関係式の定式化を試みた。

* 立正大学地球環境科学部海洋環境物理学研究室
360-0194 埼玉県熊谷市万吉1700
Laboratory of Environmental Physical Oceanography,
Faculty of Geo-environmental Science, Ritssho Univ.,
Magechi 1700, Kumagaya 360-0194

2. 水圧—表面波変換の基礎概念

水深 h , 振幅 a , 角周波数および角波数がそれぞれ σ , κ の表面波の位置 x , 時刻 t における波高を $\eta(x, t)$ とするとき, この波は

$$\eta(x, t) = a \sin(\kappa x - \sigma t + \theta) \quad (1)$$

で表される。ここに, θ は波の位相角である。この波による深度 z における水圧変動 $p(x, z, t)$ は, 水の密度を ρ , 重力の加速度を g とすると

$$p(x, z, t) = \rho g a \frac{\cosh(\kappa[h+z])}{\cosh(\kappa h)} \sin(\kappa x - \sigma t + \theta) \quad (2)$$

で与えられる。(1), (2)式から, $\eta(x, t)$ と $p(x, z, t)$ の関係を求めると次式が得られる。

$$\eta(x, t) = p(x, z, t) / \rho g K_p(z) \quad (3)$$

ただし,

$$K_p(z) = \frac{\cosh(\kappa[h+z])}{\cosh(\kappa h)} \quad (4)$$

である。(3)式は, 水圧から表面波に変換するための基本式で, 例えば, 海底設置型の水圧計で波を計測した場合, 設置深度を $z = -h$ とすると, (3)式は

$$\eta(x, t) = p(x, -h, t) / \rho g K_p(-h) \quad (5)$$

となり, 圧力計センサー出力 $p(x, -h, t)$ に $[K_p(-h)]^{-1}$ を掛け算することにより, 表面波 $\eta(x, t)$ が得られることを示している。このことから, $[K_p(z)]^{-1}$ を圧力補正関数あるいは, 水圧伝達関数と呼んでいる。以下では $K_p(-h)^{-1}$ を補正関数と呼ぶ。

3. 補正関数 $K_p(-h)$ の計算

ここでは, 海底設置型の水圧式波高計の場合に問題を限定する。この場合, 補正関数 $[K_p(-h)]^{-1} = \cosh(\kappa h)$ は(4)式から明らかなように, 波数の関数となっている。したがって, $K_p(-h)$ を評価するには, あらかじめ波数を波の分散式を用いて求めておかなければならない。一般に, 波の分散式は波の角振動数を σ として

$$\sigma^2 = g \kappa \tanh(\kappa h) \quad (6)$$

で与えられ, これは, 角波数 κ と角周波数 σ の関係を与えるものである。(5)を使って与えられた角周波数 σ に対する角波数 κ を求めるのであるが, (6)式は角波数について解ける形の関数ではないので, ここでは HUNT (1979) の関数展開式を利用する。これによると, $y = \frac{\sigma^2}{g} h$ とおくことにより, 角波数は次式で求められる。

$$\kappa^2 = y^2 + \frac{y}{1 + \sum_{n=1}^6 d_n y^n} \quad (7)$$

ただし, d_n は多項式展開の係数で $n = 1 \sim 6$ に対し,

$$\begin{aligned} d_1 &= 0.666 \\ d_2 &= 0.3555 \\ d_3 &= 0.1608465608 \\ d_4 &= 0.0632098765 \\ d_5 &= 0.0217540484 \\ d_6 &= 0.0065407983 \end{aligned}$$

で与えられる。この関数は $n = 6$ の 6 次展開で近似されたものであるが, $y = 0 \sim \infty$ に対し 0.1%, $n = 9$ の場合は 0.01% の精度で角波数が計算できる (ROBERT, G.D., and A.D. ROBERT(1984))。

計測される波は多数の周波数 (したがって波数) の単弦波の和からなっていると考えられるので, 上記の圧力補正は含まれるすべての周波数 (波数) の波について実行する必要がある。そのために, 補正は周波数スペクトル空間で行い, しかる後に時系列に逆変換するという手順になる。ここでは, FFT によるスペクトル上で補正を実行し, その後, FFT によるフーリエ逆変換により表面波時系列に変換した。なお, 本研究で用いた波浪データは, 各地点で計測されたそれぞれの波浪計の 1 バースト分で, いずれもサンプル時間間隔は 0.5 秒, 1 バースト 20 分間のデータである。FFT にはその内の 2048 個のデータを切り出したものを用いた。

4. 上限周波数 F_b の決定

補正関数 $[K_p(-h)]^{-1}$ は, 高波数側で値が急激に増大する性質を持っているために, 理論式をそのまま当てはめて補正をすると, 高周波域では過剰補正になり, 具合が悪い。Fig. 1 は太平洋沿岸 A 港外の水深 16m の地点で計測された水圧式波高計信号時系列に対し, 補正なしでスペクトルを求めたもの (実線) であるが, 高周波側で水圧信号のパワーが大幅に減衰しているのが認められる。(4)式の逆数で与えられる理論伝達関数は, 一般に単調増加関数で, この伝達関数をそのまま適用して圧力補正を行うと, 点線で示すようなスペクトルとなり, 明らかに 0.3 Hz 近傍より高い周波数で補正過剰となってしまうという 1 例である。

こうした過剰補正を回避する目的で, 提案された方法がいくつかあり, その代表的なものに WANG *et al.* (1986), 徳田・道田 (1986) および, 橋本ら (1992) 等がある。WANG *et al.* の方法は, 周波数領域での伝達関数を Fourier 級数に展開し, 伝達関数が高周波側で滑らかに頭打ちとなるような関数形で近似し, 近似式の係数を実測波に最も良くヒットするように決めるというものであり, 徳田・道田らの方法は船用波浪計出力を統計的波浪スペクトルに合うように指数法補正関数を決めるといものである。また, 橋本らの方法は, 波の実測伝達関数が, ある周波数よりも高周波側で特性が理論伝達関数から外れて頭打ちになるという特徴に着目し, ある周波数 (f_b) よりも高周波域では伝達関数を一定として

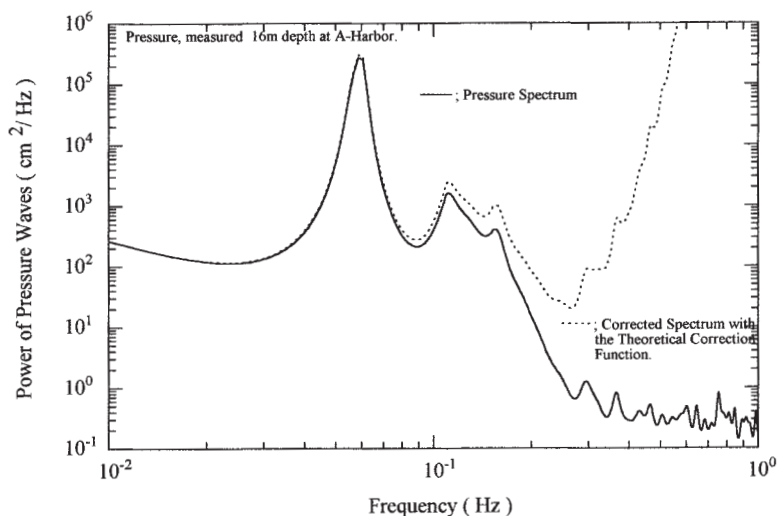


Fig. 1. An example of wave spectrum of raw pressure data (solid line) and its corrected one (dotted line) using with a theoretical pressure transfer function (broken line).

補正を行う。その際、ピーク周波数よりも高周波側の減衰域のスペクトル形を、直線と放物線で近似し、その境界の周波数を f_B とし、この近似スペクトルと実測スペクトルとの差が最小になるように f_B を決めるというものである（橋本ら1992）では、この周波数を、直線近似と放物線近似の境界の周波数という意味で f_B と名づけているようである）。具体的には、水圧変動スペクトルのピーク周波数を f_p とし、 f_p の1.3倍の周波数を f_1 、 f_p の5倍の周波数を f_2 とし、 f_1 と f_2 の間に f_B を設定し、 f_1 から f_B までのスペクトルは直線近似とし、 f_B から f_2 の間は放物線近似を用い、この近似スペクトルと生のスペクトルの差が最小になる f_B を逐次法で決めるというやり方である。ただし、橋本ら（1992）では、 f_B の上限を0.2Hzに設定し、 f_B がこの上限を超えるときは f_B を0.2に固定し、これ以上の周波数範囲に対しては伝達関数を0とおくという制約を与えている。

本論文では、ある周波数よりも高周波側で伝達関数を一定値に固定するという点は、橋本ら（1992）の方法と同じであるが、その周波数の決定の仕方が少し異なる。すなわち、本論文で用いた方法は、同時測定された超音波波高計の水位時系列と、圧力補正した水圧波による水位時系列との差を直接比較し、その誤差（水位振幅の2乗平均誤差）が最小になるような上限周波数 Fb を逐次的に求めるというものである。具体的には、 Fb 値のサーチ範囲を0.1~0.4Hz程度にあらかじめ決めておき、 Fb 値を0.1Hzから0.0125きざみで変化させ、それぞれの Fb に対する変換波と超音波波高計の表面波とを直接比較し、振幅の2乗平均誤差を計算する。この2乗平均誤差が最小になっている Fb を最適 Fb 値として採用する。その際、 Fb に対する上限制約は何も与えない。したがっ

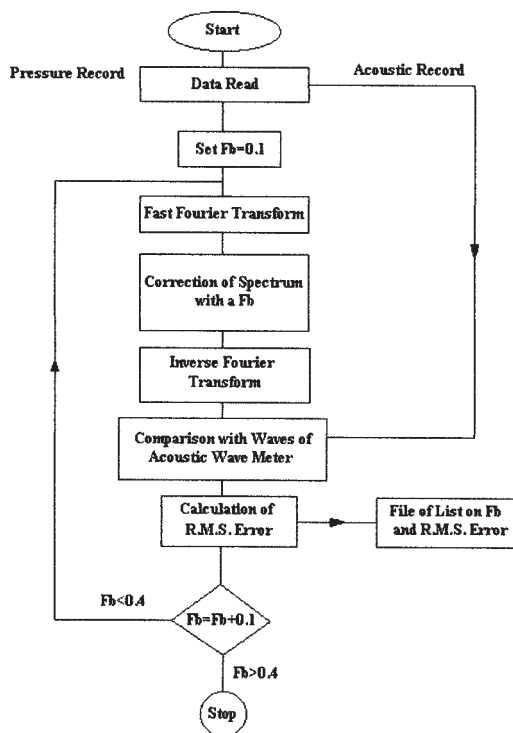


Fig. 2. Schematic flow chart for determining a most suitable break frequency Fb .

て、この方法では、伝達関数抑制上限周波数を用いるという意味では、橋本ら（1992）の f_B と似ているが、周

波数決定の手法の背景が異なる。本論文では、その上限周波数を F_b と記すことにする。この手続きの流れ図を Fig. 2 に示す。また、この一連の過程で求められる 2 乗平均誤差と逐次設定される F_b 値の関係の一例を Fig. 3 に示す。縦軸は 2 乗平均誤差、横軸は周波数で、この例では、 0.28Hz のところで 2 乗平均誤差が最小値を示している。したがって、この例では 0.28Hz が F_b の最適値ということになる。

5. 変換結果

Fig. 4 は、Fig. 1 に示したスペクトルの元になる波浪データ時系列である。4(a)は水圧計による水圧変動を

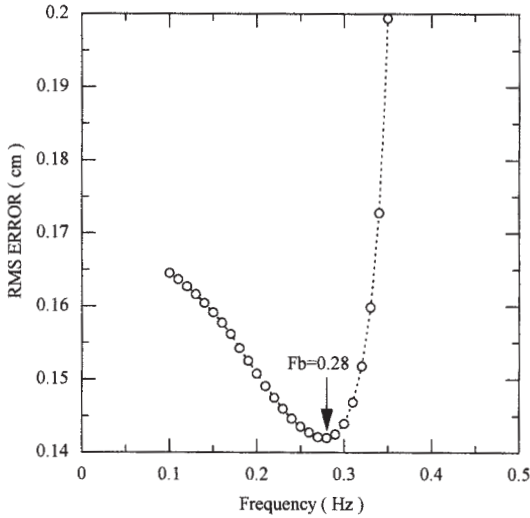


Fig. 3. An example of F_b vs R.M.S. Error for determining the most suitable break frequency, F_b .

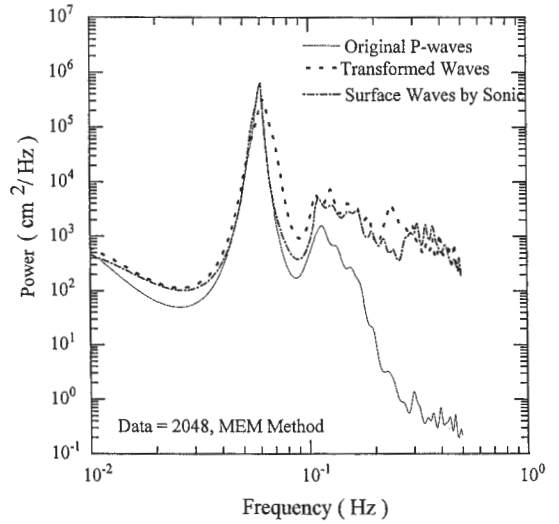


Fig. 5. Comparison between the corrected pressure wave spectrum (dotted broken line) using a modified transfer function and the spectrum obtained from the acoustic wave meter data (broken line). Solid line shows the spectrum of original pressure data.

補正なしで水位に換算した時系列で、波形は、超音波波高計による波形 Fig. 4(b) に比べ、高周波成分が減衰した滑らかな波形になっていることがわかる。いずれも、縦軸は水位振幅 (cm) で、横軸は 0.5 秒毎にサンプルされたデータの番号で表してある。したがって、横軸の数値の半分が秒単位の時間である。4(b)は、水圧と同時に計測した超音波波高計の波高時系列である。本論文で用

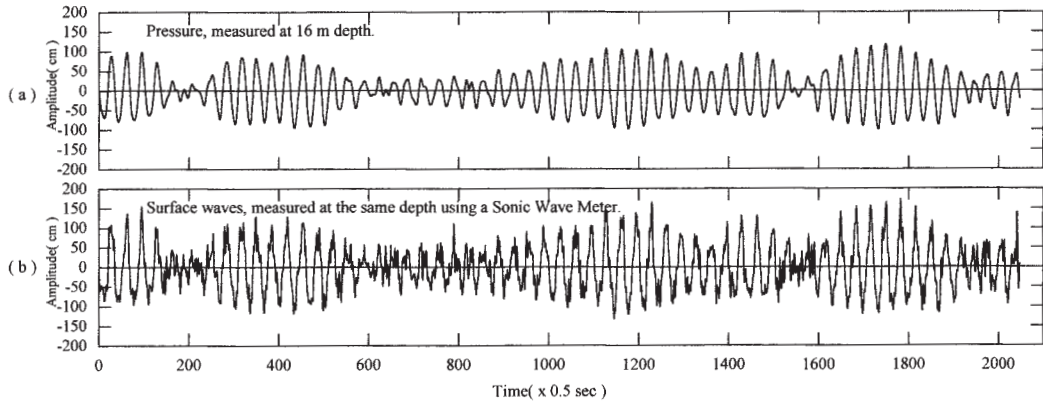


Fig. 4. (a) Raw pressure time series at the depth of 16m, and (b) time series of surface waves measured with an acoustic wave meter.

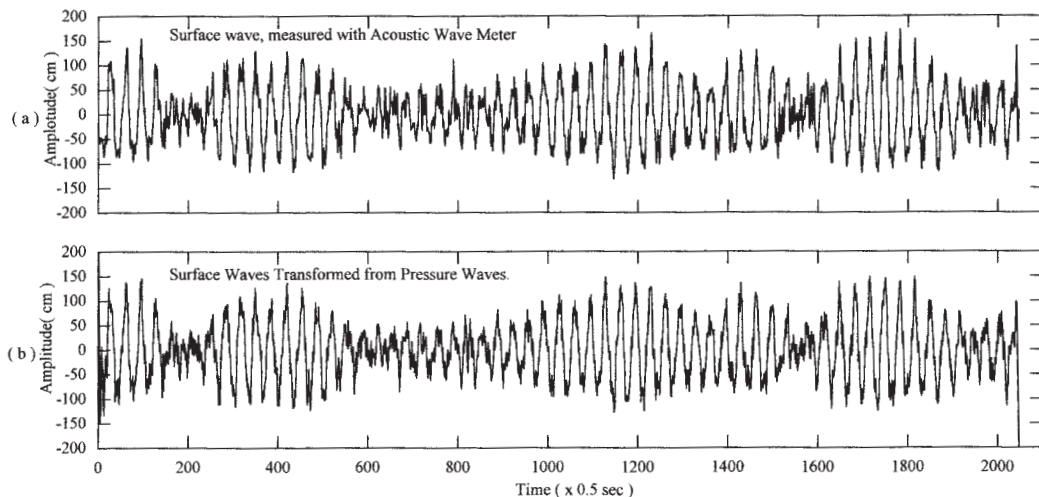


Fig. 6. Comparison with (a) surface waves measured with an acoustic wave meter, and (b) recovered surface waves using a determined Fb.

いた方法を上記の波に適用した結果を Fig. 5 に示す。Fig. 5 に示すように、この例では、Fb が 0.25Hz の場合で、補正伝達関数は、 0.25Hz より低い周波数では理論曲線をそのまま用い、 0.25Hz より高周波域では、その点の値を水平に延長した形の補正曲線として補正変換を行ったものである。実線のスペクトルは補正前の水圧スペクトルで、一点鎖線は、 $Fb=0.25\text{Hz}$ を使った伝達関数によって補正したスペクトルである。明らかに高周波側での過剰補正は回避されている。図では、補正変換された水圧スペクトルと、同時に計測された超音波式波高計のスペクトル(破線)とを比較したもので、高周波域の細かい凹凸を除けば、両スペクトルはほぼ一致していると言える。

Table 1. Break Frequency (Fb), determined at various coastal regions with different depths.

Depth (m)	Fb (Hz)
5	0.35
9.6	0.297
10.9	0.278
16	0.25
17	0.23
23	0.17
6.675	0.29
6.549	0.28
6.387	0.28
6.252	0.3
6.171	0.3
6.146	0.31
6.905	0.31
6.471	0.31

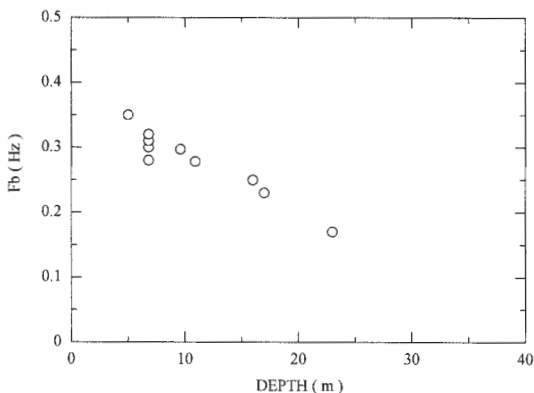


Fig. 7. Correlation between the Fb determined at various sites and the depths at which pressure measured.

上記の伝達関数によって補正したスペクトルをフーリエ逆変換し、表面波時系列に変換した時系列を超音波波高計の時系列と比較したものを Fig. 6 に示す。Fig. 6 (a) は超音波波高計時系列、また Fig. 6 (b) は伝達関数補正を行った後、フーリエ逆変換して求めた水圧式波高計による波形である。上記の方法で変換された表面波は、超音波波高計の波形と見分けがつかないほど良く一致していることがわかる。

上記の波(水深16m)の例以外に、同様な方法を日本海沿岸および太平洋沿岸各地の種々の水深の海域で行った波浪観測のデータに上記方法を適用して、Fb を決定した結果を、A港のデータとともに Table 1 に示す。得られた Fb 値と水深(設置深度)の値は Table 1 に示し

たとおりであるが、この関係をグラフにしたものを Fig. 7 に示す。Fig. 7 の横軸は波高計設置深度、縦軸は周波数である。上記各地点のデータについて決定された F_b 値は○印で示してある。○印の分布から、 F_b は深さとともに減少していることがわかる。

6. 上限周波数の深度依存性にたいする考察

ここで、Fig. 7 に示した F_b がなぜ深度に依存するかを少し考察してみる。

F_b より高周波で、伝達関数を一定にするということは、そこで、伝達関数の上限値を設定したことになるので、 F_b は伝達関数と密接に結びついている。伝達関数には、深度 H がパラメータとして含まれているから、伝達関数が深度によって変わり、これが F_b の深度特性に

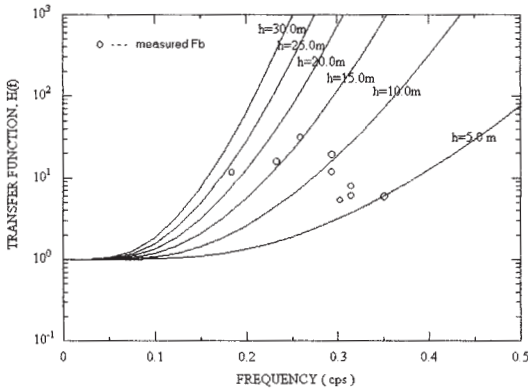


Fig. 8. Transfer function - frequency characteristics for the various depth parameters. Open circles show F_b , determined from measurements.

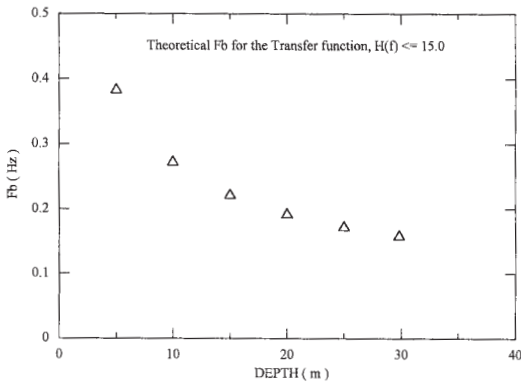


Fig. 9. Theoretical F_b (Δ) for depth parameters, assuming a constant maximum correction factor of 15 in the transfer function in Fig. 8.

寄与している可能性がある。Fig. 8はそれぞれ、深度 5 m, 10m, 15m, 20m, 25m, 30mに対して描いた伝達関数のグラフであるが、深度とともに、伝達関数の立ち上がりが高周波側にシフトしてゆくのがわかる。このグラフ上に Table 1 の F_b をプロットしたものが丸印で示してある。○印の縦軸に対応する値がその深度の伝達関数の補正倍率上限値を示し、深度により、ばらつきはあるものの、最大30倍、平均約15倍となっている。そこで、平均補正倍率を15倍と仮定して、15倍の横線と各深度の伝達関数との交点に対応する周波数をその深度の F_b 値として読み取り、深度- F_b グラフとして表したものが Fig. 9 の Δ 印である。明らかに、この F_b は深度に依存していることがわかる。これを、計測から求めた F_b の深度特性上にプロットしてみると Fig. 10 の Δ 印で示すように、計測から求めた F_b (○印) とほぼ同一曲線上に並ぶ。このことから、計測から求めた F_b の深度特性は、伝達関数の深度特性をそのまま反映したものであると結論することができる。

7. F_b の深度特性の近似式

ここで、Table 1 で与えた一連の F_b 値の深度依存関係が、深度と逆数関係の傾向を示す事実に着目して、深度の逆数の冪の関数形による最小二乗法で実験式を求めてみる。結果は Fig. 10 の点線で示した曲線である。曲線の式は

$$\ln(F_b) = -0.5655178 - \left(\frac{1}{3}\right)\ln(D) \tag{8}$$

で与えられ、深度 D の冪の形に直すと

$$F_b = 0.56807D^{-\frac{1}{3}} \tag{9}$$

となる。このような形で F_b が確定できると、もはや、 F_b の決定に超音波高データは必要なくなる。 F_b は、水圧計設置深度 D を与えれば(9)から計算で求められ、こ

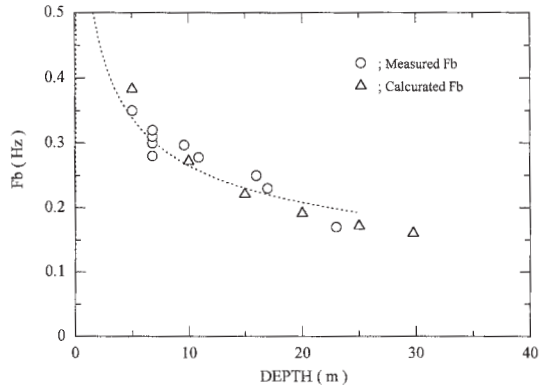


Fig. 10. Total plot of the theoretical F_b (Δ) and measured F_b (\circ). Both F_b s are drawn up in nearly a same line.

れを補正プログラム中に組み込んでおけば、データ読み込みから表面波変換までの処理が自動化でき、水圧式波高計単独で超音波波高計と同等の表面波変換ができることになる。この場合は、Fig. 2の表面波変換の手続きの流れ図に代わって、Fig. 11のような流れ図となる。ちなみに、この方法で水圧データのみから表面波時系列変換を行い、その結果を超音波波高計の波高時系列と比較した結果の一例をFig. 12に示す。実線は超音波波高計による時系列を、また、点線は(9)式を用いて変換された水圧計による表面波時系列で、微細な部分の差を除けば、両者は極めて良く一致している。

8. 超音波波高計の高周波域の深度特性

以上に述べた方法においては、超音波波高計は深度にかかわらず、正しい波高を常に計測するという仮定の元に、波高変換を行うものであるが、ここで、超音波波高計の高周波特性（分解能）が計測深度によってどうなるかについて少し考察してみる。

超音波波高計のビーム角が一定であれば、海面のターゲット面積が深度に応じて変化する筈である。波高は、ターゲット面積上の平均波高値として計測されるので、深度が大きい（ターゲット面積が大きい）と、より長波長の波が平均化されてしまうことになる。このことは、超音波波高計も、計測深度が大きくなると、高周波分解能が低下するというを意味している。したがって、このような波高計に合わせて上限周波数を決めると、その値は、深度が増すにつれて低周波側にずれることを暗示する。

超音波波高計のビームの片側半値幅を $\frac{\varphi}{2}$ 、波高計設置深度を h とすると、超音波ビーム（ビームの断面は円と仮定する）が海面を切り取る円の半径は $h \tan\left(\frac{\varphi}{2}\right)$ で与えられる。この円形の領域から反射された音波によって海面までの高さを計測し、平均水深を差し引いたものが超音波波高であるから、この円内に一波長以上の波が

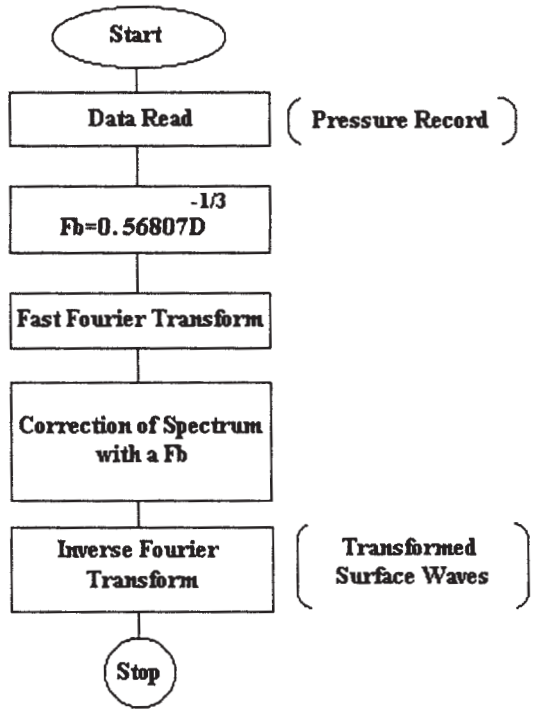


Fig. 11. Flow chart of surface wave recovery after built-in of Eq. (9).

含まれている短波長波は、いわば平均化されて計測されないことになる。この計測されない波の最大波長は

$$\lambda_{\max} = 2h \tan\left(\frac{\varphi}{2}\right) \tag{10}$$

である。この波長に対応する波の周波数を σ_{\max} とすると、 $h \gg \lambda_{\max}$ ならば分散式から

$$\sigma_{\max}^2 = g \left(\frac{2\pi}{\lambda_{\max}} \right) \tan h \left(\frac{2\pi h}{\lambda_{\max}} \right) = \frac{2\pi g}{\lambda_{\max}}$$

となる。したがって、 σ_{\max} は

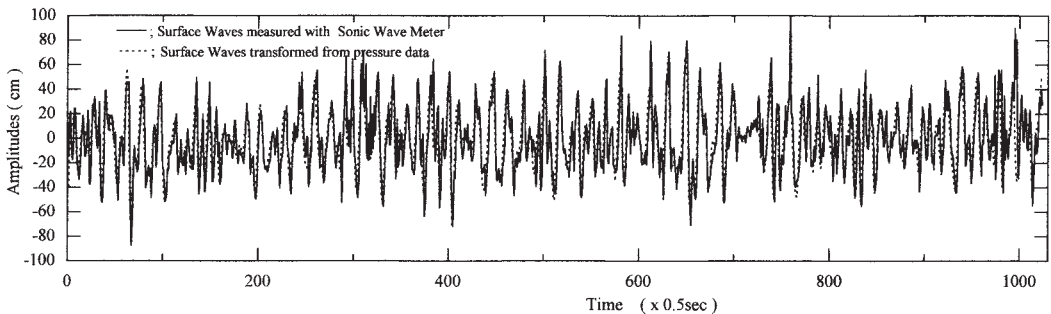


Fig. 12. An example of comparison between the recovered surface wave (dotted line) using Eq. (9) and the surface waves measured with an acoustic wave meter (solid line).

$$\sigma_{\max} = \sqrt{\frac{2\pi g}{\lambda_{\max}}} = \sqrt{\frac{\pi g}{\tan\left(\frac{\varphi}{2}\right)}} h^{-\frac{1}{2}} \quad (11)$$

となり、計測可能周波数の上限が水深の -0.5 乗で変わること示している。つまり、計測深度が大きくなると、超音波波高計の計測可能周波数帯の高周波側で劣化がおこり、劣化周波数は深度の -0.5 乗に比例して低周波側にシフトすることを示している。現在、超音波波高計が港湾の波浪環境調査の標準的計測器として使われているが、上で示したような深度依存特性の補正は全くなされていらないようである。

9. むすび

今回、波浪観測データの解析の機会に直面し、水圧信号から表面波変換の必要にせまられ、新たに、表面波変換方法の開発を行った。

方法の検討に伴って行ったいくつかの波浪データの解析により、 F_b の深度依存関係が見出され、その定式化を行うとともに、深度依存特性が伝達関数の深度依存特性を反映したものであることを明らかにした。また、 F_b を深度の関数として表すことにより、 F_b を設置深度から計算で求めることが可能になった。この方法によれば、いちいち超音波波高計データとの比較により F_b を決めるという手続きが不要になり、水圧式波高計だけで表面波変換が可能になることを示した。実際に、この方法で変換した表面波を、同時計測した超音波波高計のデータと比較し、きわめて良好な一致が得られた。

ここで示した方法は、超音波波高計の波形を正しいものと仮定した上でのもので、 η で触れたように、超音波波高計自体が深度の増大とともに高周波分解能が劣化する可能性があるため、こうした影響が水圧変換波に直接反映される可能性があることは否めない。これを回避する手段は、残念ながら、現時点では見当たらない。また、以上に示した変換方法は、線形波理論に立脚したもので、浅海域で卓越するであろう非線形効果がどの程度影響す

るかの評価については考慮外であった。

最後に、今回の解析で使用した水圧式波高計のデータ取得率はいずれの場合も100%に達していたのに対し、超音波波高計は、高波浪時の欠測事例が非常に多いという結果を見るにつけ、その補完としての水圧式波高計の有用性を認識せざるを得なかったことを付記しておく。

謝 辞

本研究を遂行するにあたり、観測に種々ご協力いただいた三洋テクノマリン神戸氏に謝意を表します。また、研究の機会を与えていただいた三洋テクノマリン札幌支店長、片桐氏に深甚の謝意を表します。比較観測の一部で使用した圧力式波高計はアレック電子(株)社長の戸川弘氏の貸与によるものである。ここに併せて深甚の謝意を表します。

文 献

- 橋本典明, 永井紀彦, 菅原一晃, 浅井正, 久高将信 (1992): 波浪の多方向性と弱非線形性を考慮した水圧波から表面波への換算法について, 海岸工学論文集, **39**, 171-175.
- HUNT, J. N. (1979): Direct solution of wave dispersion equation, *J. Waterways, Ports, Coastal Ocean Div., ASCE*, **105**, WW4, 457-459.
- ROBERT, G. D., and A. D. ROBERT (1984): *Water wave mechanics for Engineers and Scientists*, Prentice-Hall, Inc., 352pp.
- 徳田・道田 (1986): タッカ-式船用波浪計に関する研究 I, 計測処理システム, 国立防災科学技術センター研究速報, **72**, 1-32.
- WANG, H., LEE, D.Y., and G. ALLEN (1986): Time series surface-wave recovery from pressure gage, *Coastal Eng.*, **10**, 379-393.

Received July, 11, 2003

Accepted September, 26, 2003